

**İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ**

**KOM 511 - Uyarlamalı Kontrol Sistemleri**

**2024-2025 BAHAR**

**ÖDEV – 3**

**KOORDİNATÖR:**

**Prof. Dr. Yaprak Yalçın**

**TAKIM 9:**

**Mustafa Arık – 504241117**

**Oğuz Ziya Onat – 504241144**

**Yunus Ahmet Akdal – 504241128**

**Soru a)**

**Teorik Hesaplamalar:**

Denklem a.1’de sistem modeli verilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.1)** |
|  |  |

{e(t)}, N(0, 0.5) özelliğinde bağımsız bir normal rastlantısal değişken olarak kabul edilmiştir.

1. **Standart (Unutma Faktörsüz) RLS:**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | **(a.i.1)** |
|  |  |
|  |  |

Sistem modeline göre, regresyon modeli ve regresyon ile parametre vektörleri denklem a.i.1’de gösterildiği gibi olmalıdır.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.i.2)** |
|  |  |

Hata ve tahmini yanıt denklem a.i.2’te gösterilmiştir. Denklem a.i.3’te kazanç vektörünün parametrik olarak gösterimi verilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.i.3)** |
|  |  |
|  | **(a.i.4)** |
|  |  |
|  | **(a.i.5)** |
|  |  |

Parametre ve kovaryans güncellemeleri denklem a.i.4 ve a.i.5’da verilmiştir.

Simülasyon için nümerik hesaplamalar aşağıdaki gibidir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.i.6)** |
|  |  |

y, u ve değerleri için varsayımsal olarak sırasıyla 0, 1 ve 100 değerleri seçilmiştir. Geri kalan RLS hesaplamaları bu varsayımlara dayanarak yapılacaktır.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.i.7)** |
|  |  |

Gerçek çıkış değeri;

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.i.8)** |
|  |  |

Gerçek sistemdeki gürültü, e(t), değerinin N(0, 0.5) aralığı içinde olması gerekmektedir. Simülasyon için e(1) değeri 0.2 seçilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.i.9)** |
|  |  |
|  | **(a.i.10)** |
|  |  |

Bu verilere göre RLS algoritması için gereken tahmini hata aşağıdaki gibi elde edilir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.i.11)** |
|  |  |

Elde edilen sonuçlara göre kazanç ve parametre güncellemesi denklem a.i.12 ve a.i.13’te elde edildiği gibidir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.i.12)** |
|  |  |
|  | **(a.i.13)** |
|  |  |
|  | **(a.i.14)** |
|  |  |

Bulunan parametre güncellemesine göre sıradaki a ve b değerleri, a(1) = 0, b(1) = 0.69 şeklinde olmalıdır.

1. **Unutma Katsayılı RLS:**

Unutma katsayısı, λ, 0 ve 1 arasında bir sayı olmalıdır. Unutma katsayısız RLS’ten farklı olarak, kazanç vektörü ve kovaryans matrisinin güncellemesinde unutma katsayısı olan λ kullanılmaktadır. En iyi sonuç 0.99 unutma katsayısı ile alındığından, λ 0.99 seçilerek hesaplamalar ve simülasyonlar yapılmıştır.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.ii.1)** |
|  |  |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.ii.2)** |
|  |  |

Buna göre simülasyon için nümerik olarak sonuçlar aşağıdaki gibidir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.ii.3)** |
|  |  |
|  | **(a.ii.5)** |
|  |  |
|  | **(a.ii.6)** |
|  |  |

Bulunan parametre güncellemesine göre sıradaki a ve b değerleri, standart RLS’teki hesaplamalarda olduğu gibi, *a*(1) = 0, *b*(1) = 0.69 şeklinde olmalıdır. Ancak ileriki zamanlarda kovaryans ve kazanç vektörü hesapları değişim gösterdiğinden, a ve b parametrelerinin değişiminde farklılıklar görülecektir.

Kovaryans vektöründeki değişime bakarsak P00 ve P11 değerleri daha yüksek bulunmuştur. Unutma faktörü 1’den düşük bir değer olduğundan kovaryans matrisinin gittikçe büyümesi beklenmektedir.

1. **ELS**

Genişletilmiş regresyon yapısı için parametrik denklemler aşağıda verilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.iii.1)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.2)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.3)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.4)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.5)** |
|  |  |

Yukarıda verilen denklemlerden de rahatlıkla görülebildiği üzere, ELS denklemleri genel yapı itibariyle standart RLS denklemleri ile oldukça benzerlik göstermektedir. ELS yapısında, RLS yapısına ek olarak çıkış gürültüsünün korelasyonu da dahil edilir.

Nümerik olarak incelerken, RLS’teki seçimlere ek olarak korelasyonun anlamlı bir başlangıç değeri vermesi sebebiyle, *c* parametresi -0.5, *e*(0)’da 0.1 seçilecektir. a ve b parametreleri ile kontrol girişi ve çıkışın başlangıç değerleri RLS uygulamasındaki seçimler ile aynı kabul edilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.iii.6)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.7)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.8)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.9)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.10)** |
|  |  |
|  | **(a.iii.11)** |
|  |  |

1. **LMS**

LMS yönteminin RLS ve ELS yöntemlerinden farkı, hatanın minimize edilerek kontrol parametre kestirimi yapılmaya çalışılmasıdır. Dolayısıyla yakınsama hızı düşer.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.iv.1)** |
|  |  |
|  | **(a.iv.2)** |
|  |  |
|  | **(a.iv.3)** |
|  |  |

Burada öğrenme adımının oranıdır. Çok büyük bir değer seçilmesi durumunda sistem kararsız olacağından 0’a yakın bir değer seçilmelidir. Simülasyon için bu değer 0.03 seçilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | **(a.iv.4)** |
|  |  |
|  |  |
|  | **(a.iv.5)** |
|  |  |
|  | **(a.iv.6)** |
|  |  |

Elde edilen sonuçlara göre parametre güncellemesi t=1 için denklem a.iv.7’de gösterildiği gibi elde edilir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.iv.7)** |
|  |  |

Görüldüğü üzere, parametre güncellemesi değerleri sıfıra RLS tabanlı yöntemlerde elde edilen değerlerden oldukça düşüktür, ancak yakınsama yavaş olsa da kararlı ve minimum hata değeri ile olacağından gerçek sistemler üzerinde uygulaması daha kolay olacaktır.

1. **Projection Algorithm (PA)**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.v.1)** |
|  |  |
|  | **(a.v.2)** |
|  |  |

değeri adım büyüklüğünü, *a* değeri de regülasyon sabitini ifade eder. *a* her zaman pozitif yarı tanımlı bir değer olmalıdır, değeri de 0 ve 2 arasında bir değer seçilmelidir. Simülasyon örneği için ve seçilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.v.3)** |
|  |  |
|  | **(a.v.4)** |
|  |  |
|  | **(a.v.5)** |
|  |  |
|  | **(a.v.6)** |
|  |  |
|  | **(a.v.7)** |
|  |  |
|  | **(a.v.8)** |
|  |  |

1. **Stochastic Approximation (SA)**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.vi.1)** |
|  |  |

Kovaryans güncellemesinin stoachastic yaklaşımdaki gösterimi denklem a.vi.1’de gösterilmiştir. değeri simülasyon için 0.2 seçilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.vi.2)** |
|  |  |

İlk adım için kovaryans güncellemesinin paydası 1 gelmektedir.

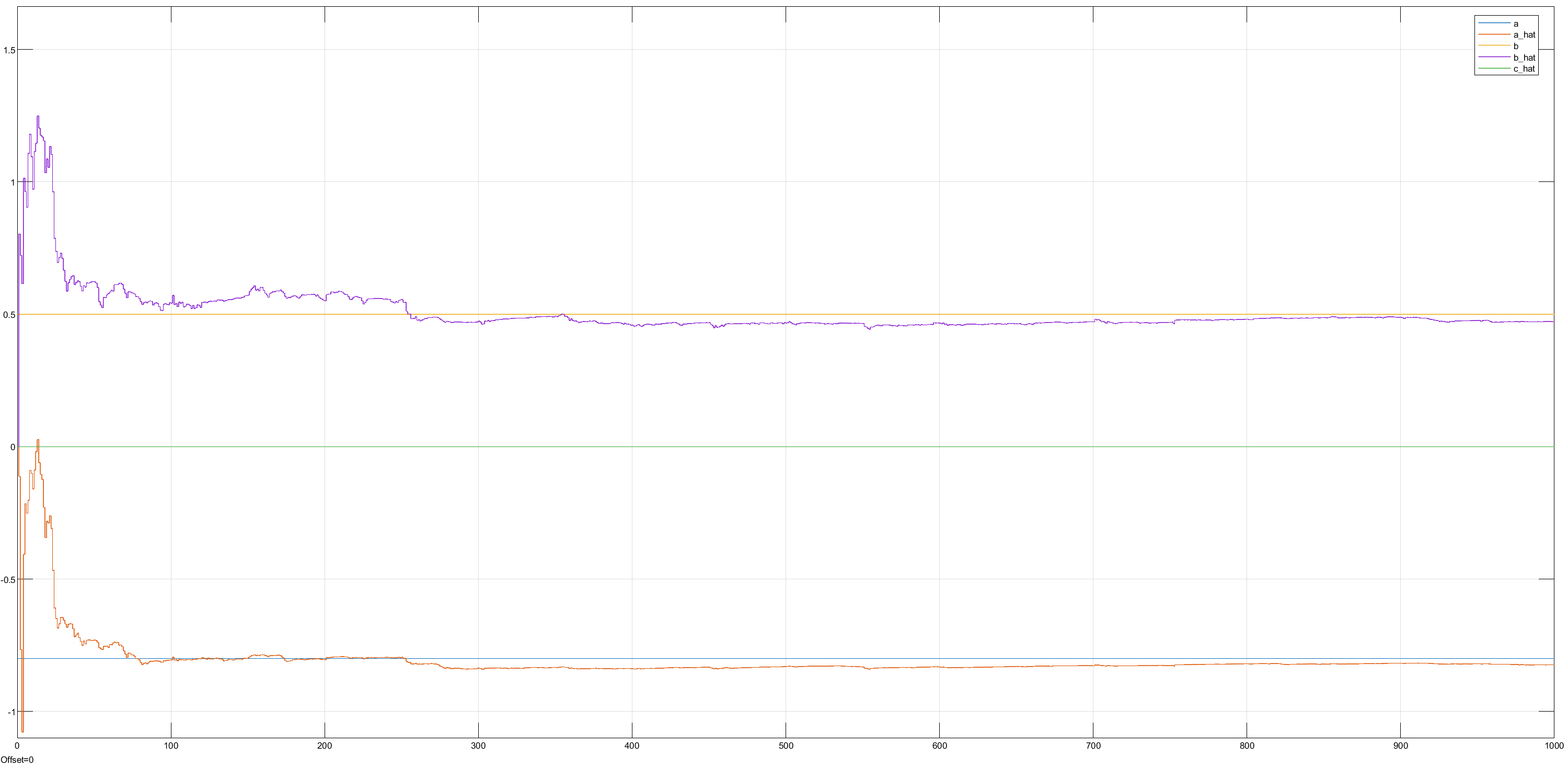
|  |  |
| --- | --- |
|  | **(a.vi.3)** |
|  |  |
|  | **(a.vi.4)** |
|  |  |
|  | **(a.vi.5)** |
|  |  |

İlk adımda elde edilen sonuçlar ve . Yalnızca *b* parametresi güncellendi, çünkü kabulü yapılmıştı, dolayısıyla değeri 0 geldi. İlerleyen adımlarda olacağından, *a* parametresi de güncellenecektir. Dolayısıyla değeri de büyüyeceğinden, kovaryans güncellemesi gittikçe küçülecektir. Bu da yakınsama hızının gittikçe azalmasına yol açacaktır. Haliyle *a* ve *b* parametrelerinin yakınsaması, istenen değere çok uzun sürelerde ulaşacaktır, ancak yakınsama garanti altına alınacak ve gürültüye karşı yüksek bir dayanıklılık gösterecektir.

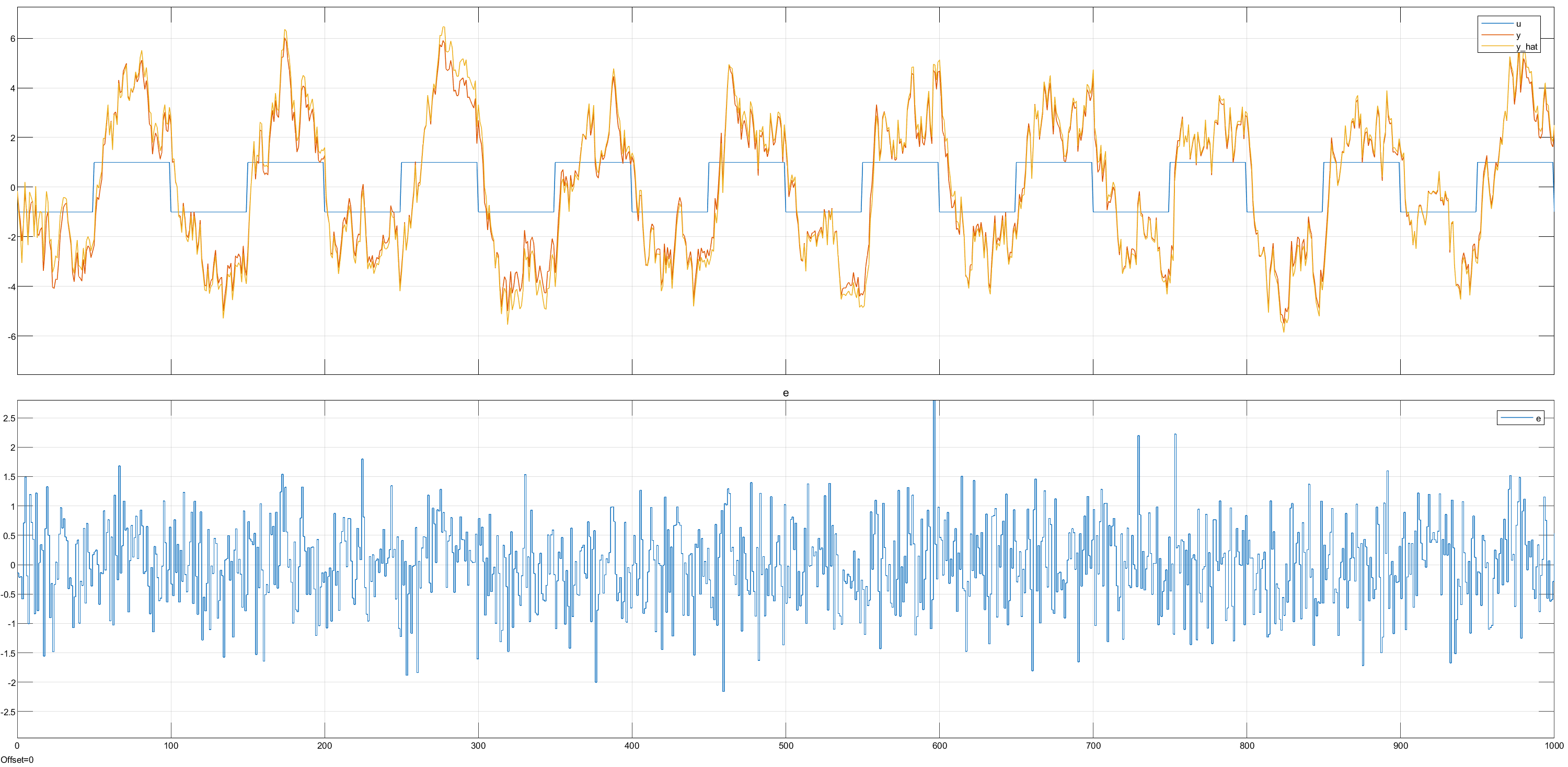
**Simülasyon Sonuçları**

**P(0) değerinin etkisi ve unutma faktörü incelenecek!!**

* **Standart RLS için:**

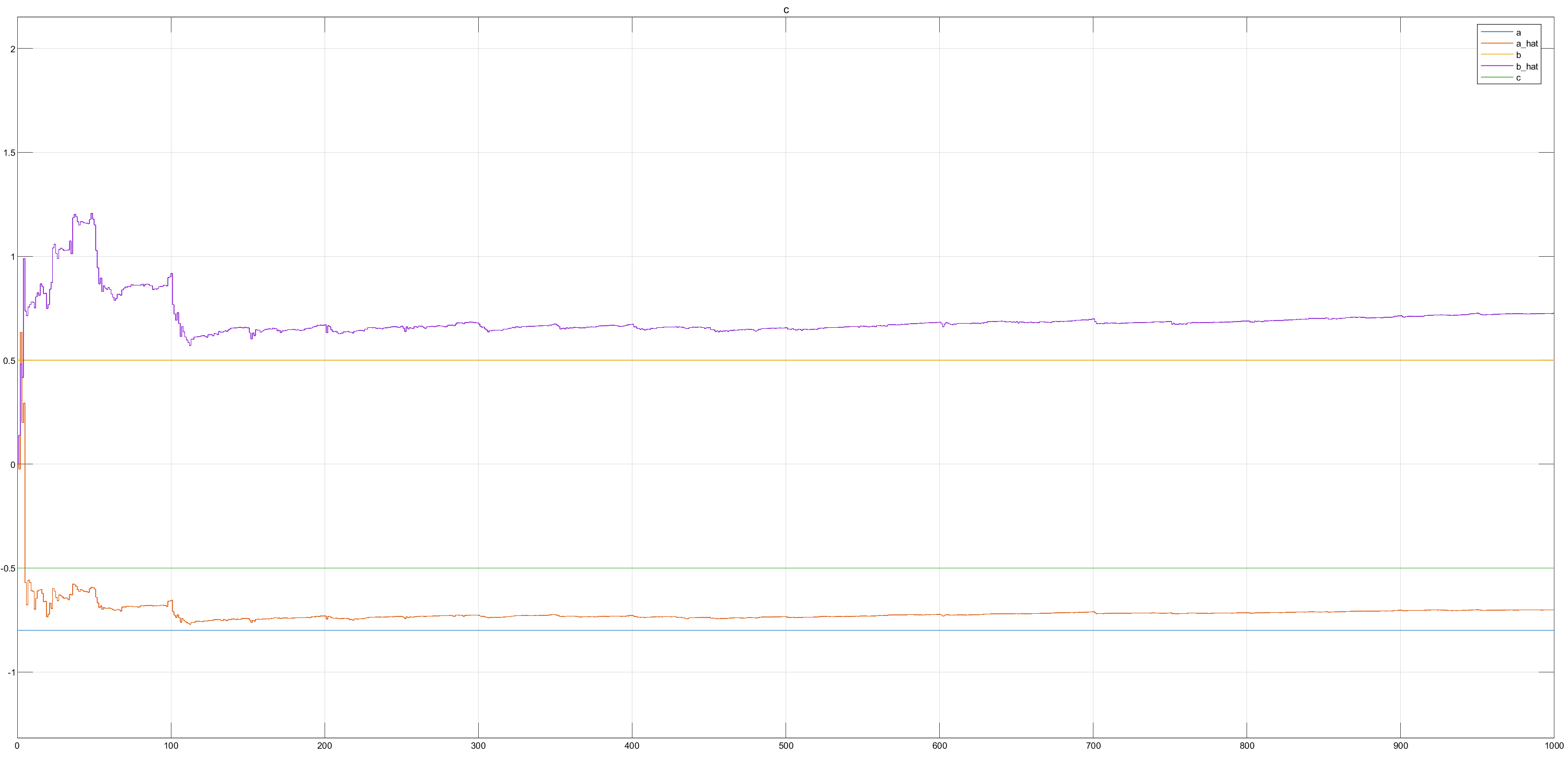


**C = 0 RLS**

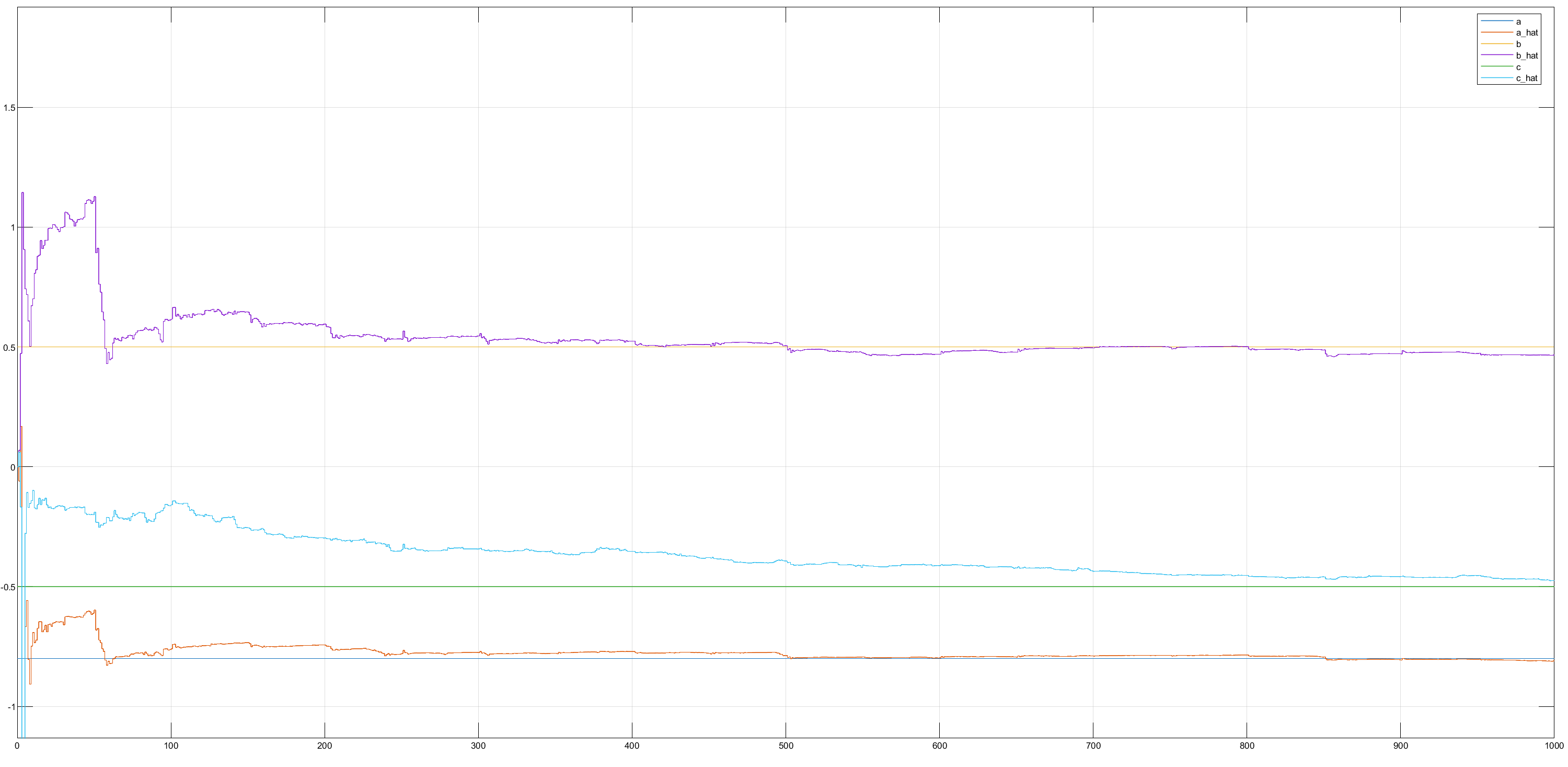
****

**C = 0 RLS**

a ve b’nin RLS sonuçları verilecek, y/y\_hat grafiği verilecek.



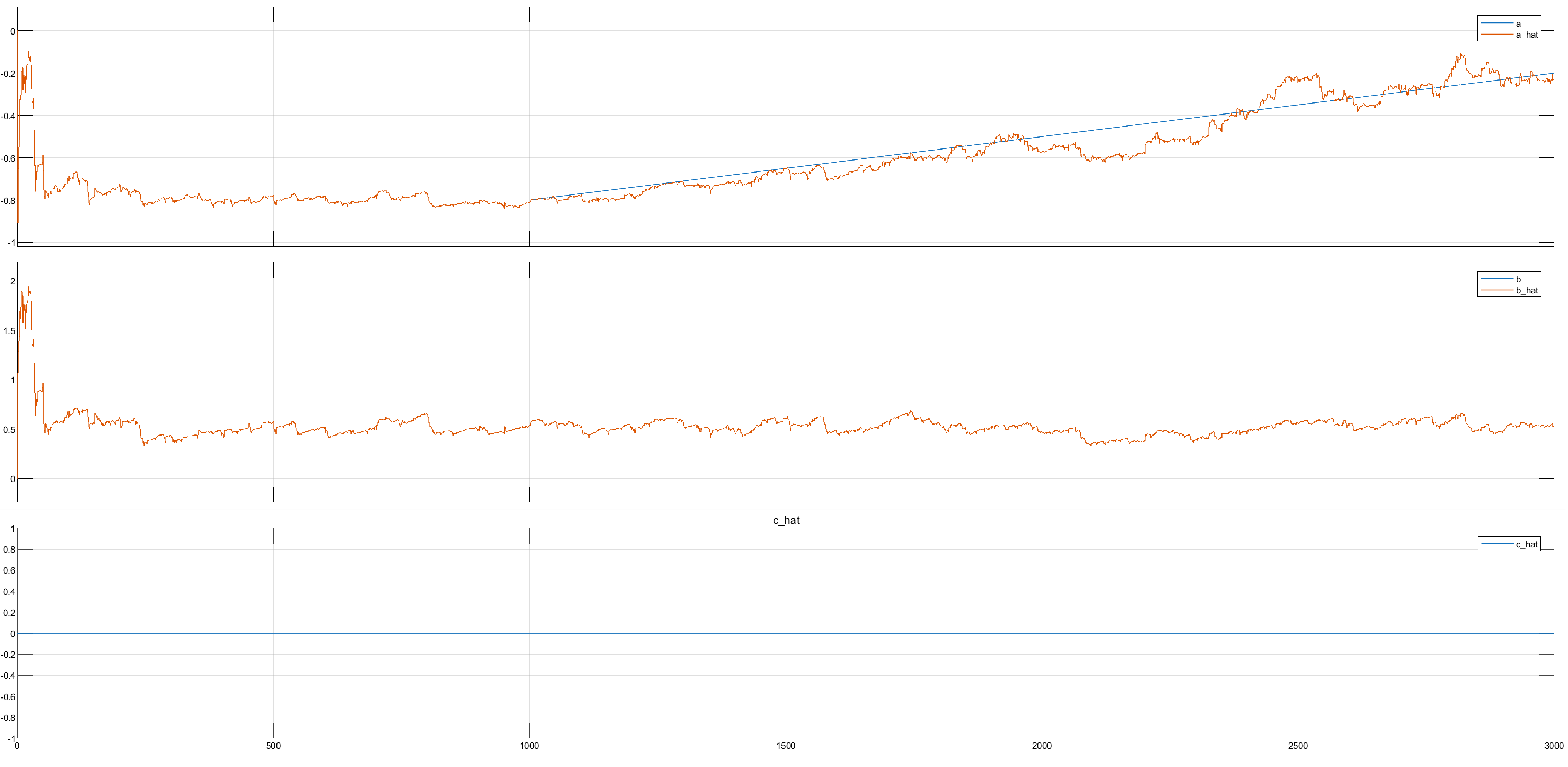
**C = 0.5 RLS**



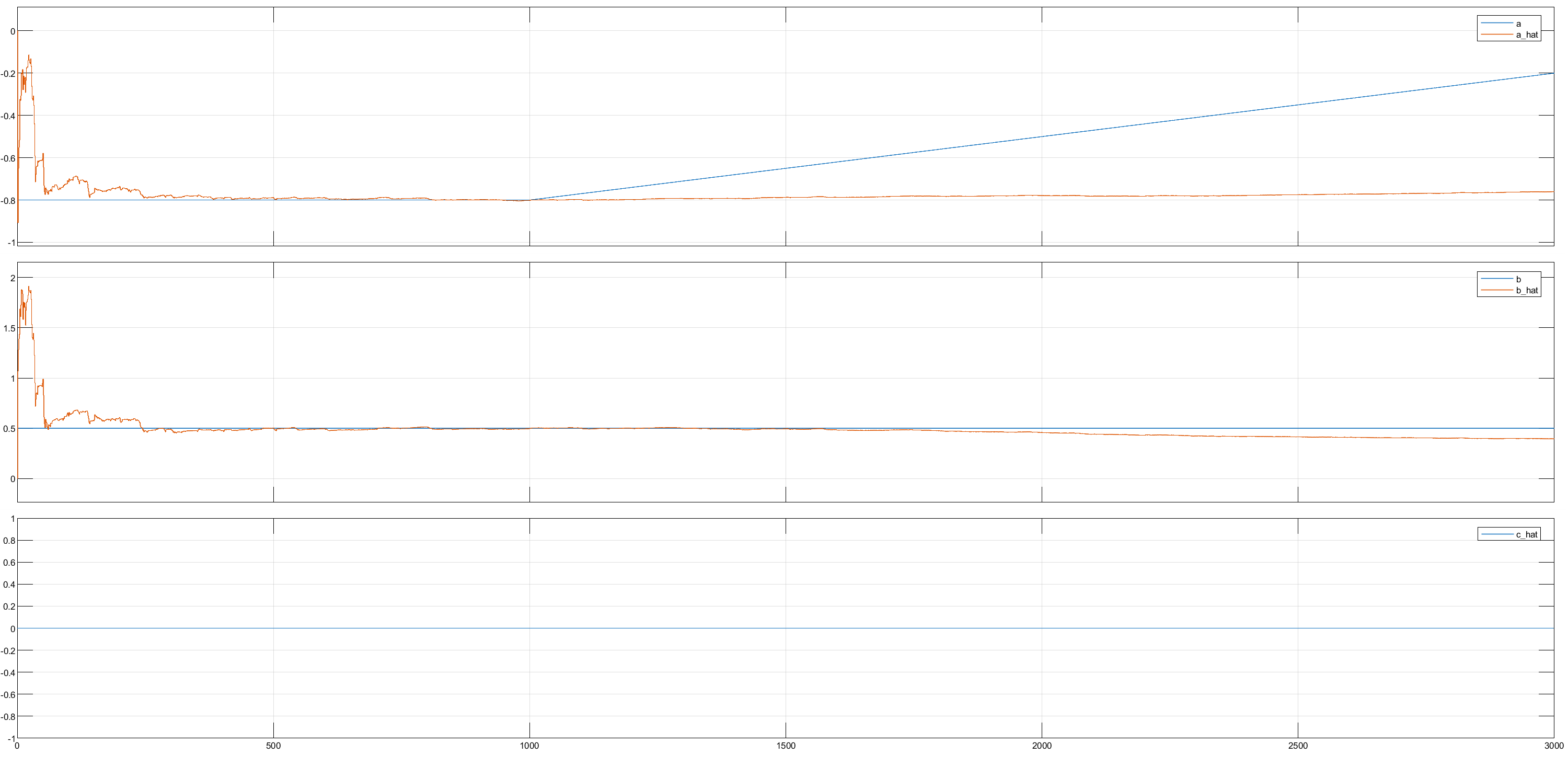
**C = 0.5 ELS**

Figure 2.8 simulinkte oluşturulacaktır (c=-0.5 için RLS ve ELS nasıl sonuç veriyor grafiği. RLS’te steady state hatası veriyor olmalı).

* **Unutma Faktörlü RLS için:**

****

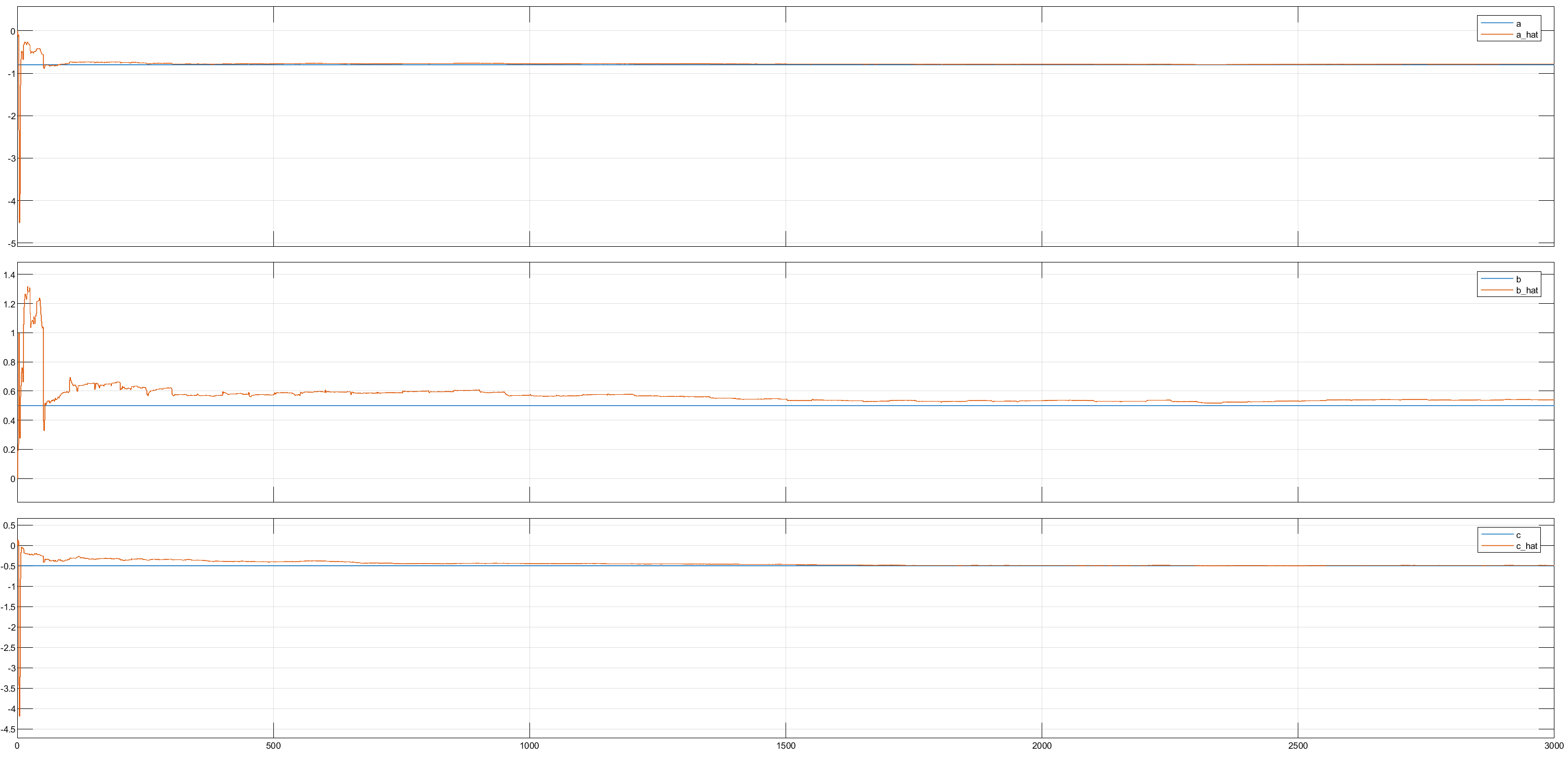
**RLS with Forgetting Factor**

****

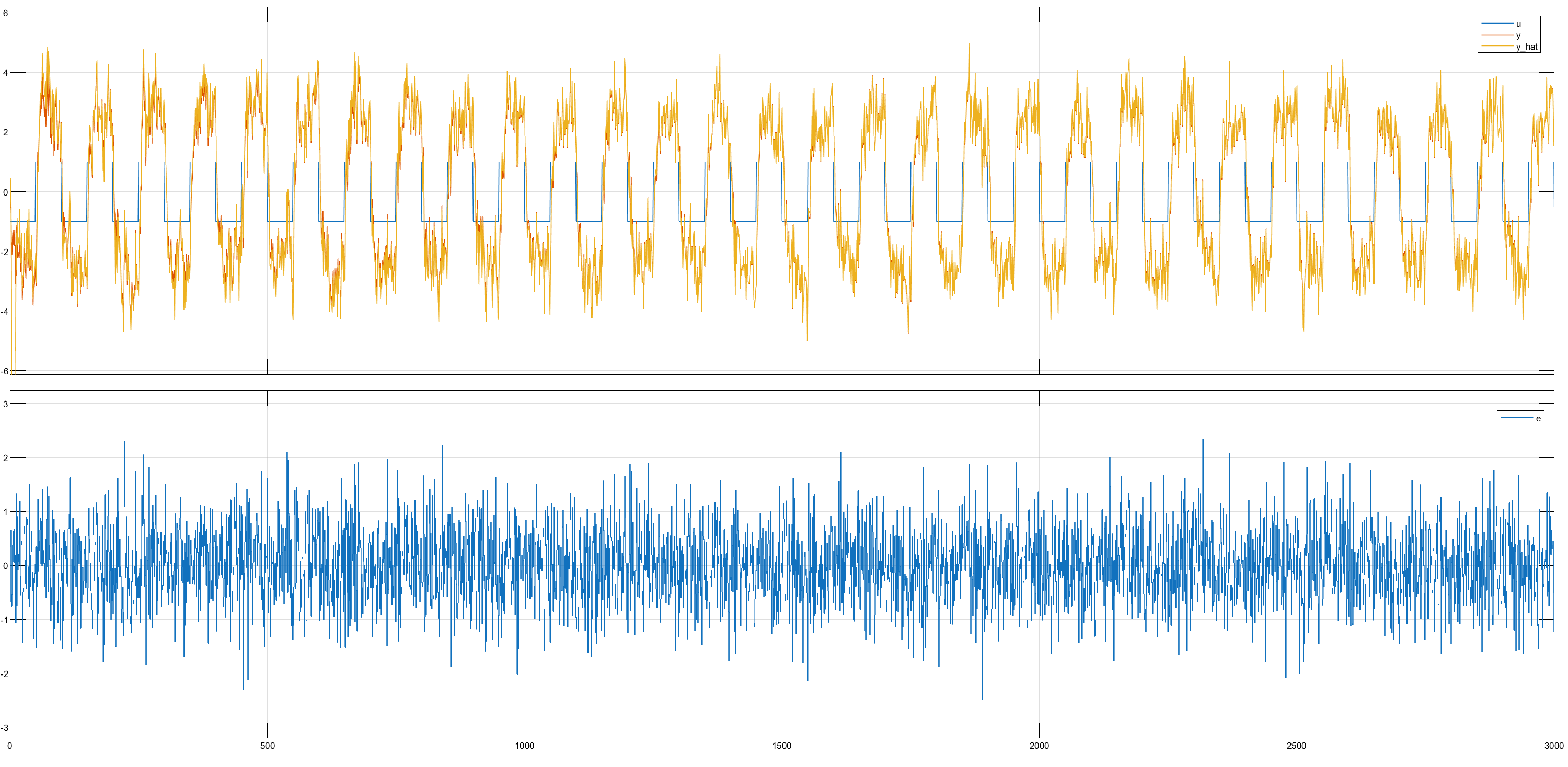
**RLS with no Forgetting Factor**

a ve b’nin RLS sonuçları verilecek, y/y\_hat grafiği verilecek. Unutma faktörünün etkisi verilecek (ramp sinyali ile a parametresi değiştiğinde sistemin takip edebildiği gösterilecek. Normal RLS’in takip edemediği gösterilecek.)

* **ELS için**

****

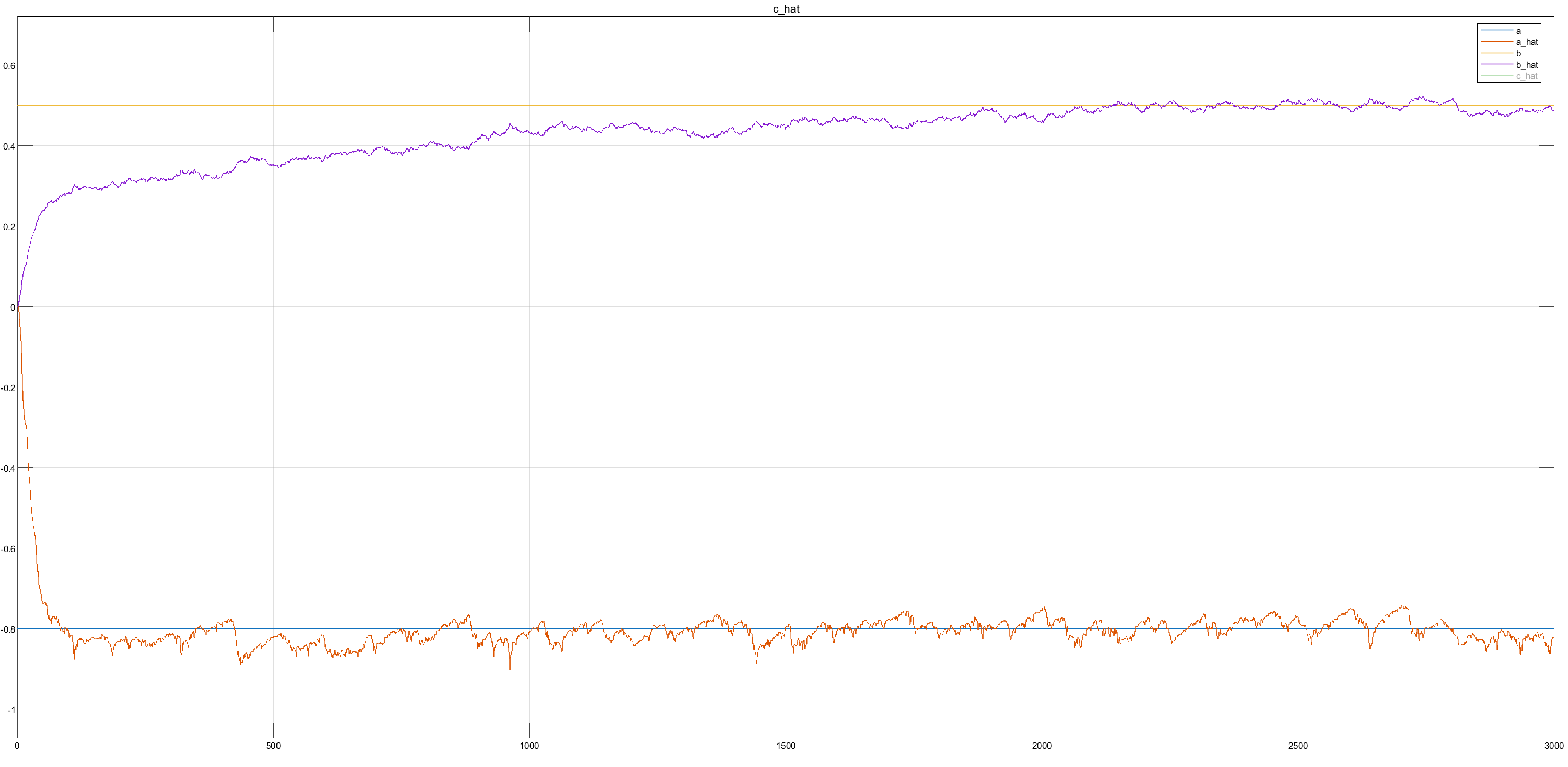
**C = 0.5 ELS**

****

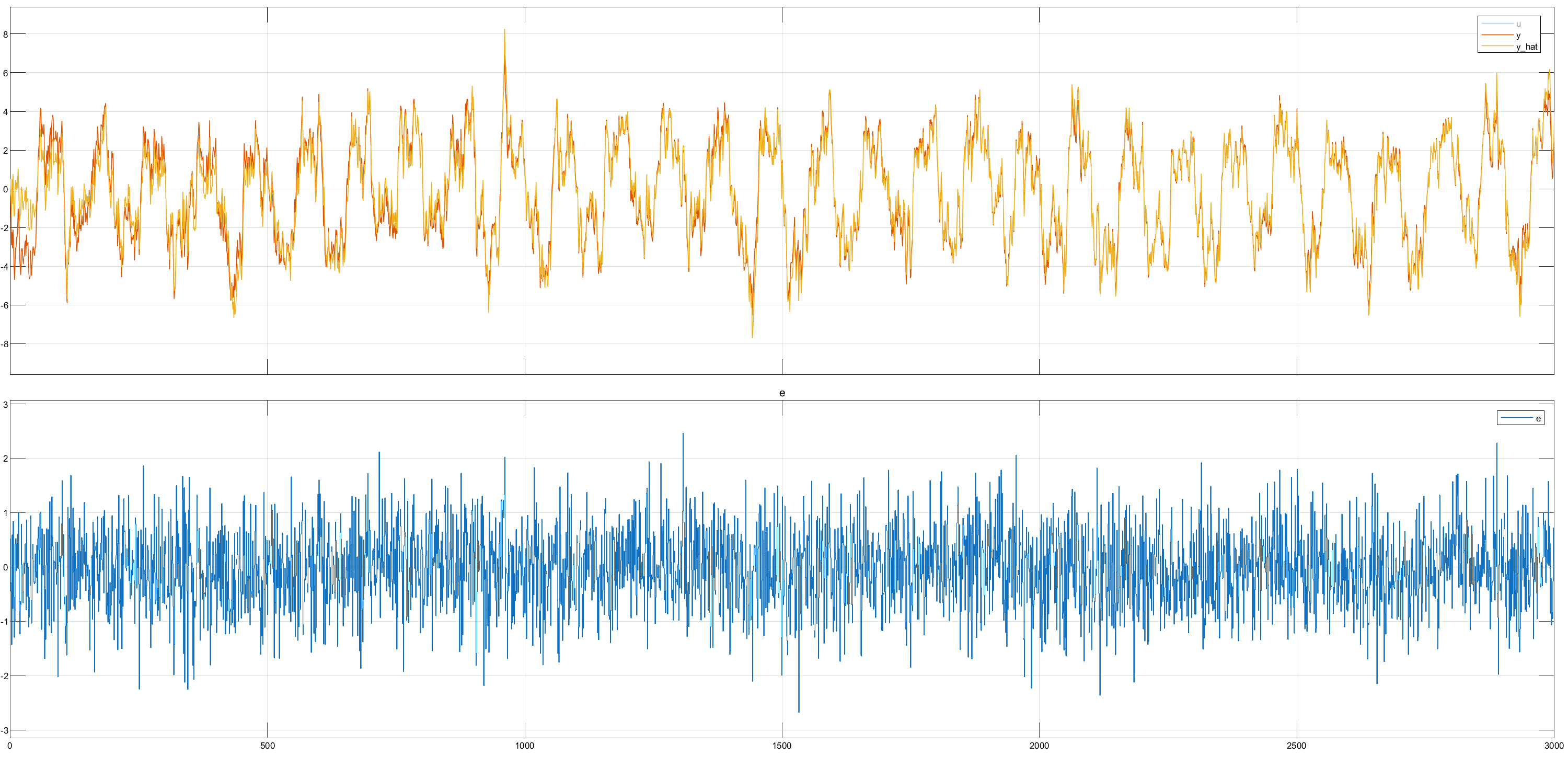
**C = 0.5 ELS**

a ve b’nin ELS sonuçları verilecek, y/y\_hat grafiği verilecek.

* **LMS için**

****

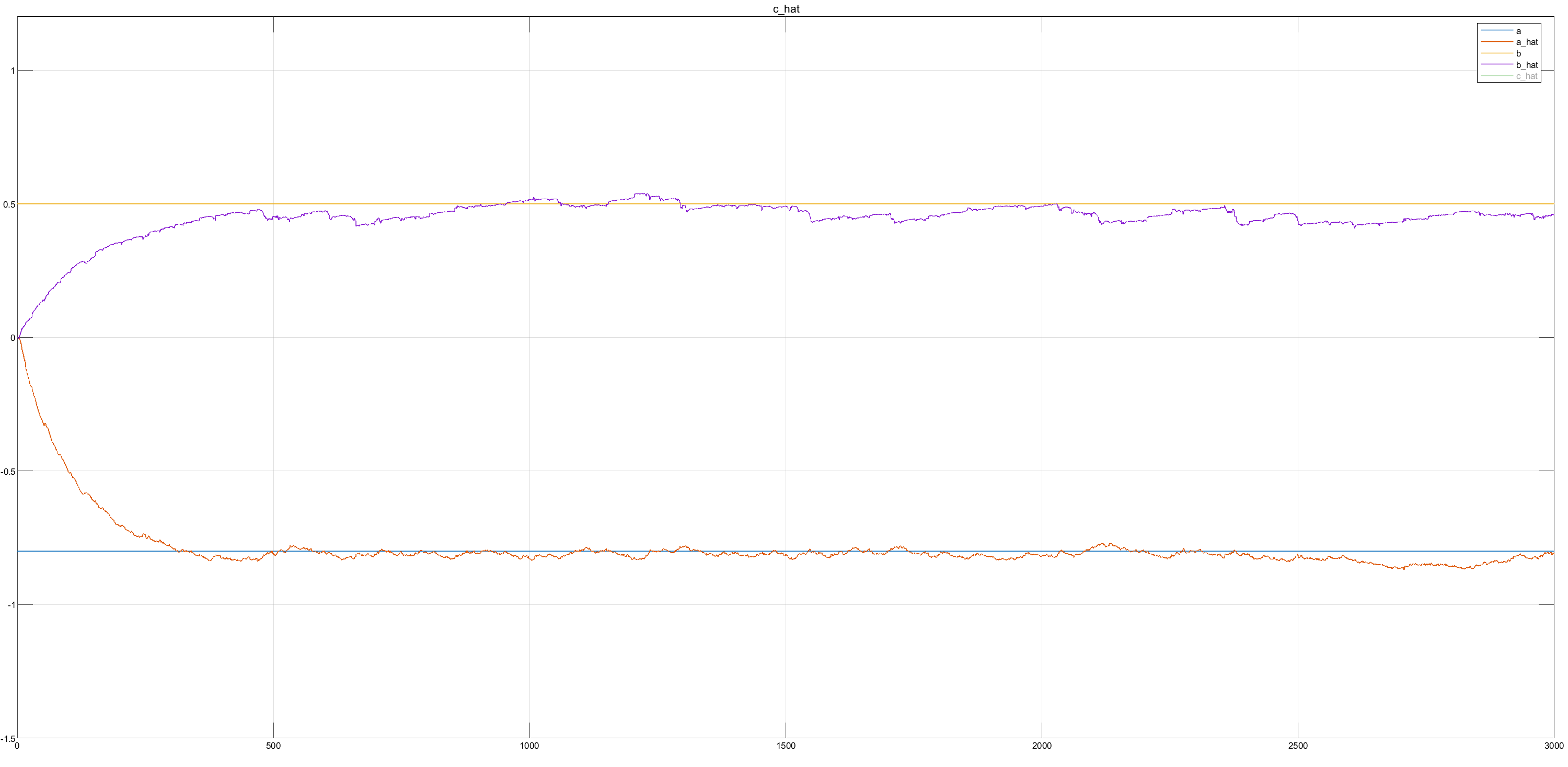
**LMS**

****

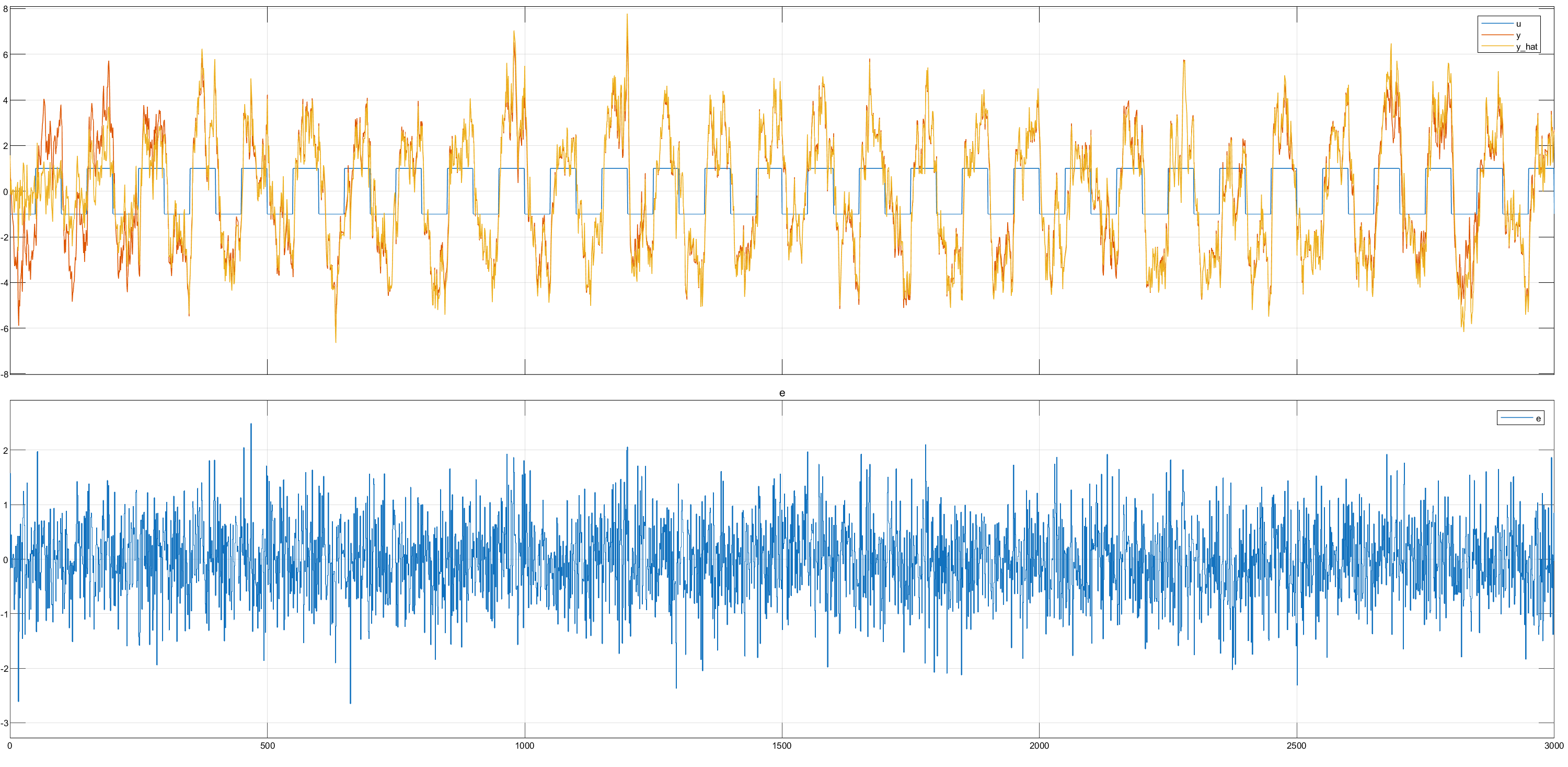
**LMS**

Figure 2.13’teki gibi a ve b’nin LMS sonuçları verilecek. y/y\_hat grafiği verilecek.

* **PA için**

****

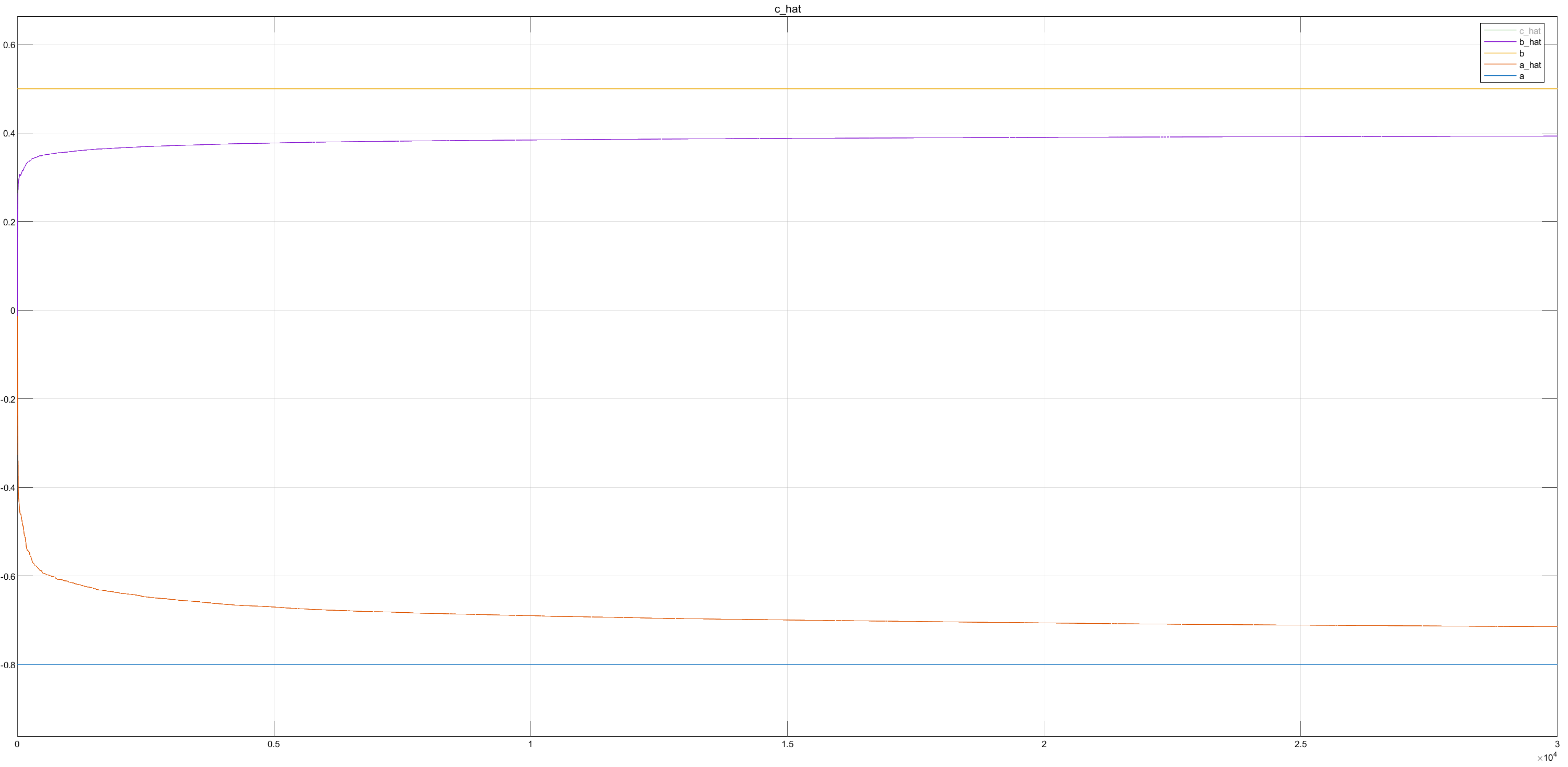
**Pa**

****

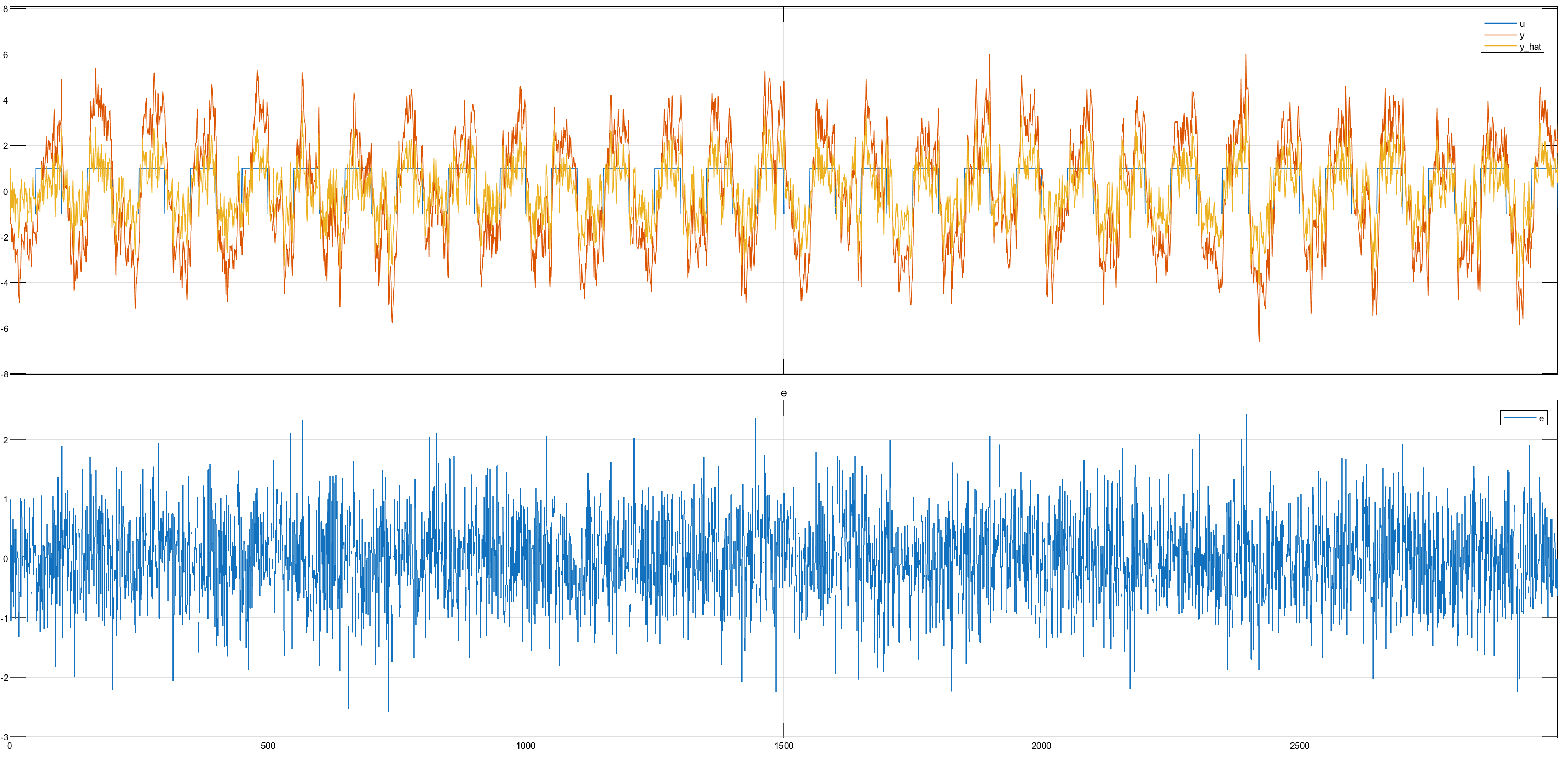
**Pa**

Figure 2.13’teki gibi a ve b’nin PA sonuçları verilecek. y/y\_hat grafiği verilecek.

* **SA için**

****

**SA**

****

**SA**

Figure 2.13’teki gibi a ve b’nin SA sonuçları verilecek. y/y\_hat grafiği verilecek.

**Soru b)**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(b.1)** |
|  |  |

Simülasyonlarda seçilmiştir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(b.i.1)** |
|  |  |
|  | **(b.i.2)** |
|  |  |

**RLS:**

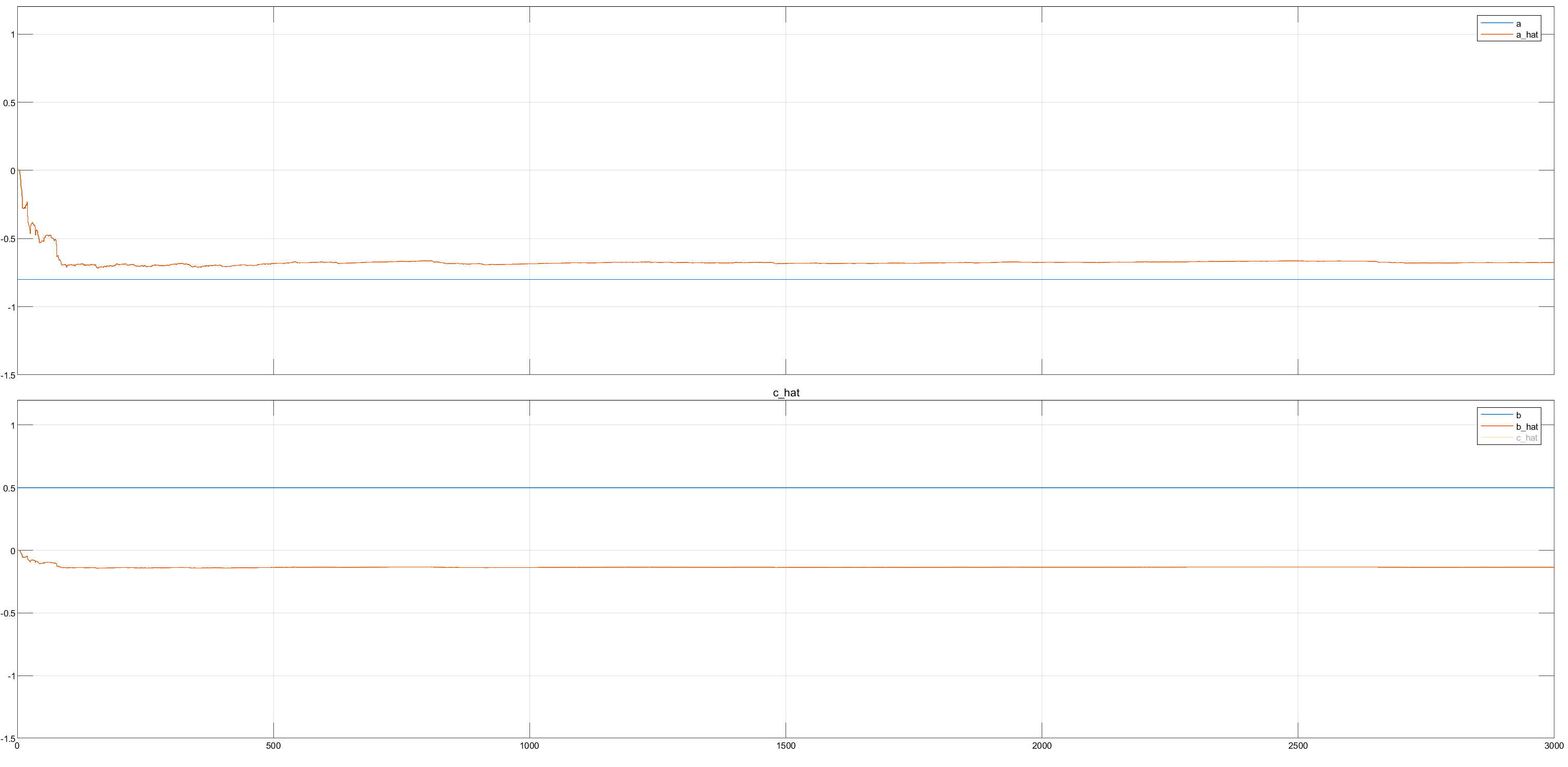
Denklem b.i.2’de görüldüğü gibi, RLS için a ve b parametreleri birbirinden ayrılamayan bir hale geldiğinden, bu parametrelerin herhangi birinin istendiği değere ulaşması durumunda diğer değer kontrol edilemeyecek ve geribesleme sebebiyle tanımlanabilirliğini kaybedecektir.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(b.i.3)** |
|  |  |

Denklem b.i.3’te görüldüğü üzere, RLS yöntemi için elde edilen regresyon vektörünün elemanlarının her ikisi de ’e bağlı olduğundan regresyonun derecesi düşer.

b ve a parametreleri, sabit bir eğimiyle değişmekte olduğu için, parametreler birbirine bağımlı bir hale gelmiştir. Bu durumda RLS ile iki parametreyi birden kontrol etmek mümkün değildir.

Eğer kontrol sinyali, zamana bağlı değişen bir değişkeni olarak tanımlansaydı, eğim sürekli değişeceğinden a ve b parametreleri RLS regresyon yöntemiyle öğrenilebilir olacaktı.

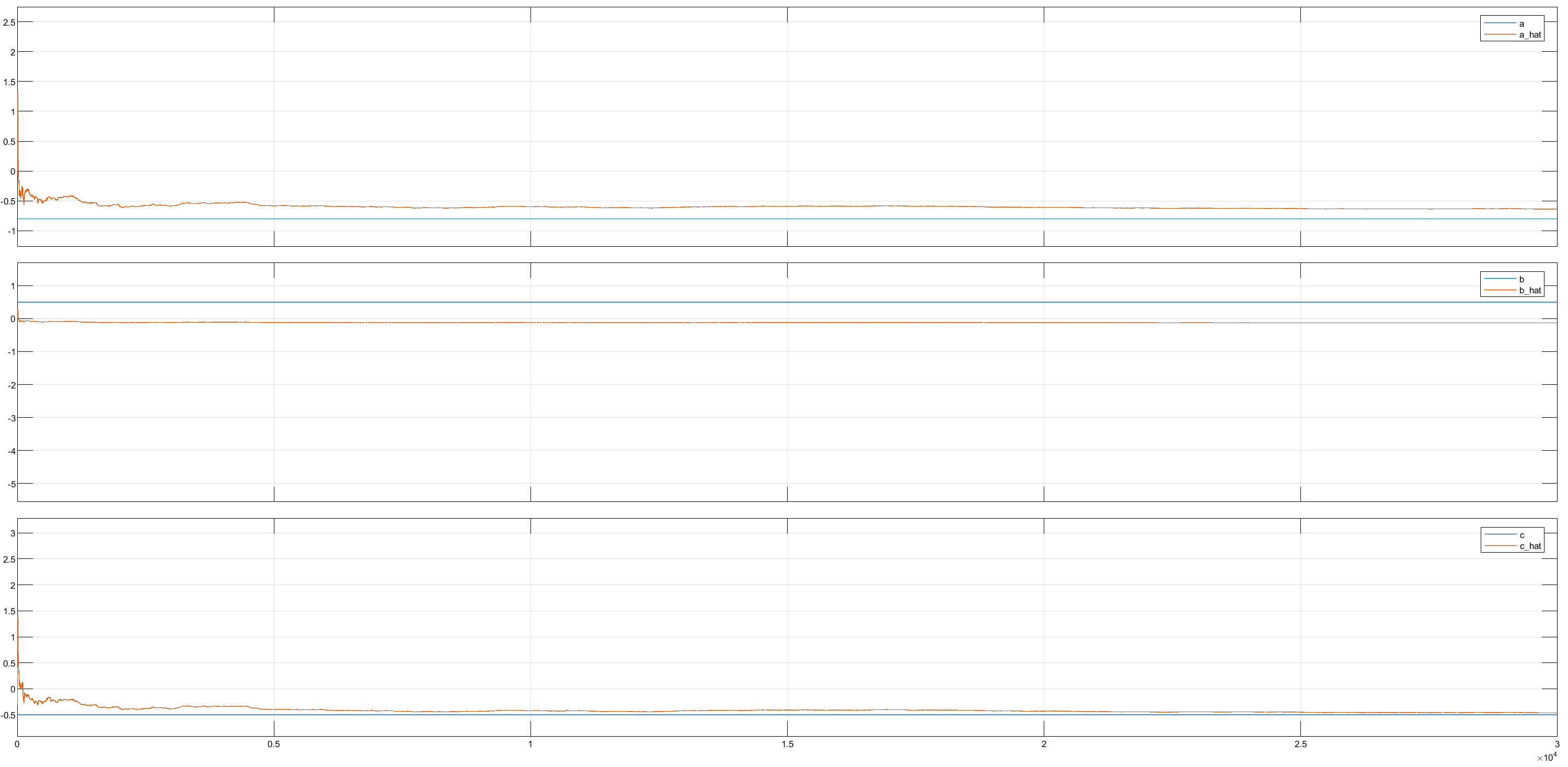


**RLS with feedback 0.2**

**ELS:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(b.i.4)** |
|  |  |

Denklem b.i.3’te görüldüğü üzere, ELS yöntemi için elde edilen regresyon vektörünün elemanlarının ikisi ’e bağlı olduğundan regresyonun derecesi düşer.



**ELS with 0.2 feedback**

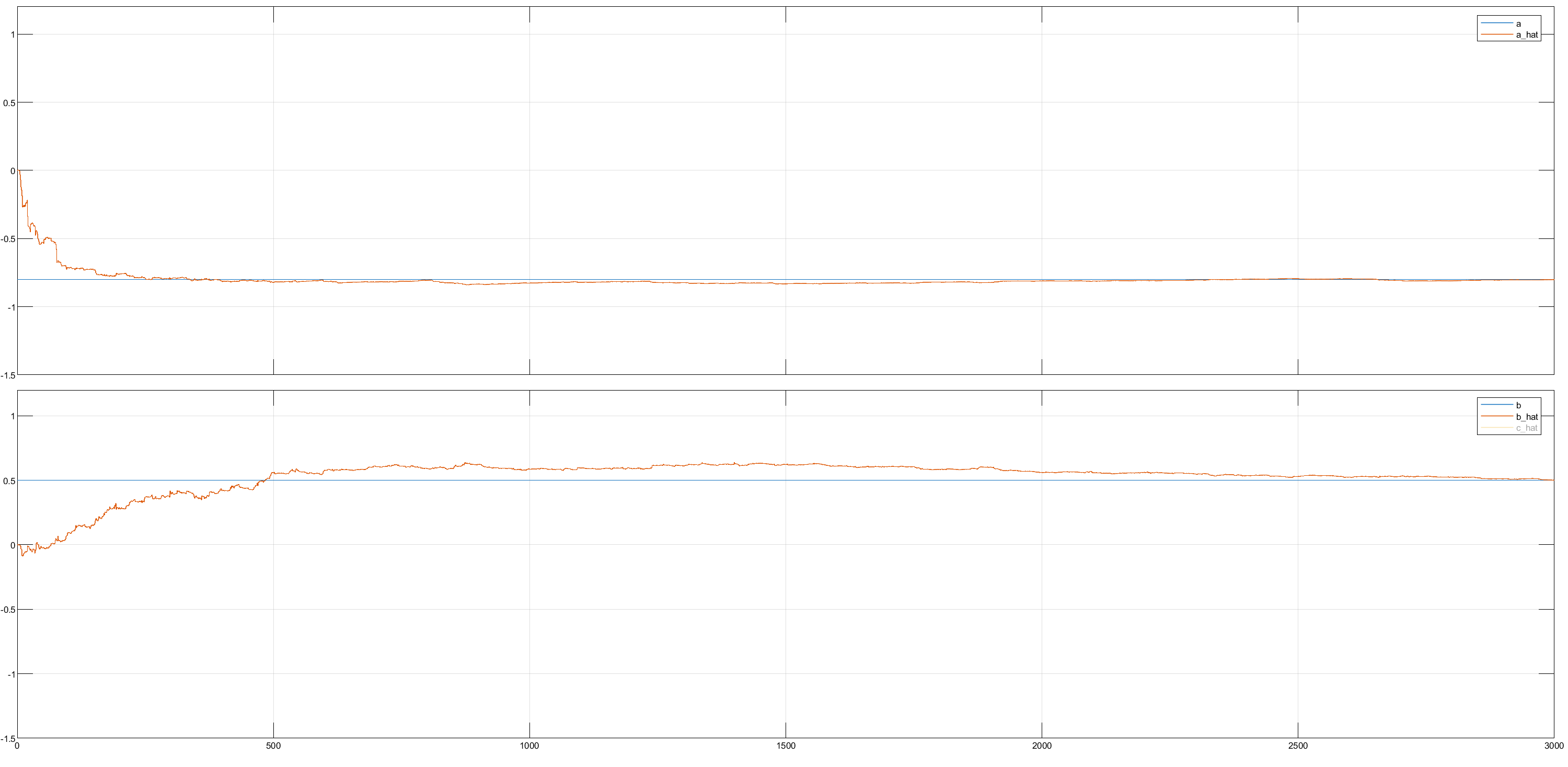
|  |  |
| --- | --- |
|  | **(b.ii.1)** |
|  |  |

**RLS:**

Denklem b.ii.1’de görüldüğü gibi, kontrol sinyali olarak çıkış sinyalinin bir örnekleme zamanı dikkate alındığından, a ve b parametreleri birbirinden ayrı bir şekilde hesaplanabilir bir hale gelmiştir. Bu durumda a ve b parametreleri öğrenilebilir bir durumdadır.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(b.ii.2)** |
|  |  |

Denklem b.i.3’te görüldüğü üzere, RLS yöntemi için elde edilen regresyon vektörünün elemanları farklı örnekleme zamanlarındaki çıkış sinyaline bağlı olduğundan regresyonun derecesi düşmez ve parametreler istendiği gibi yakınsanabilir.

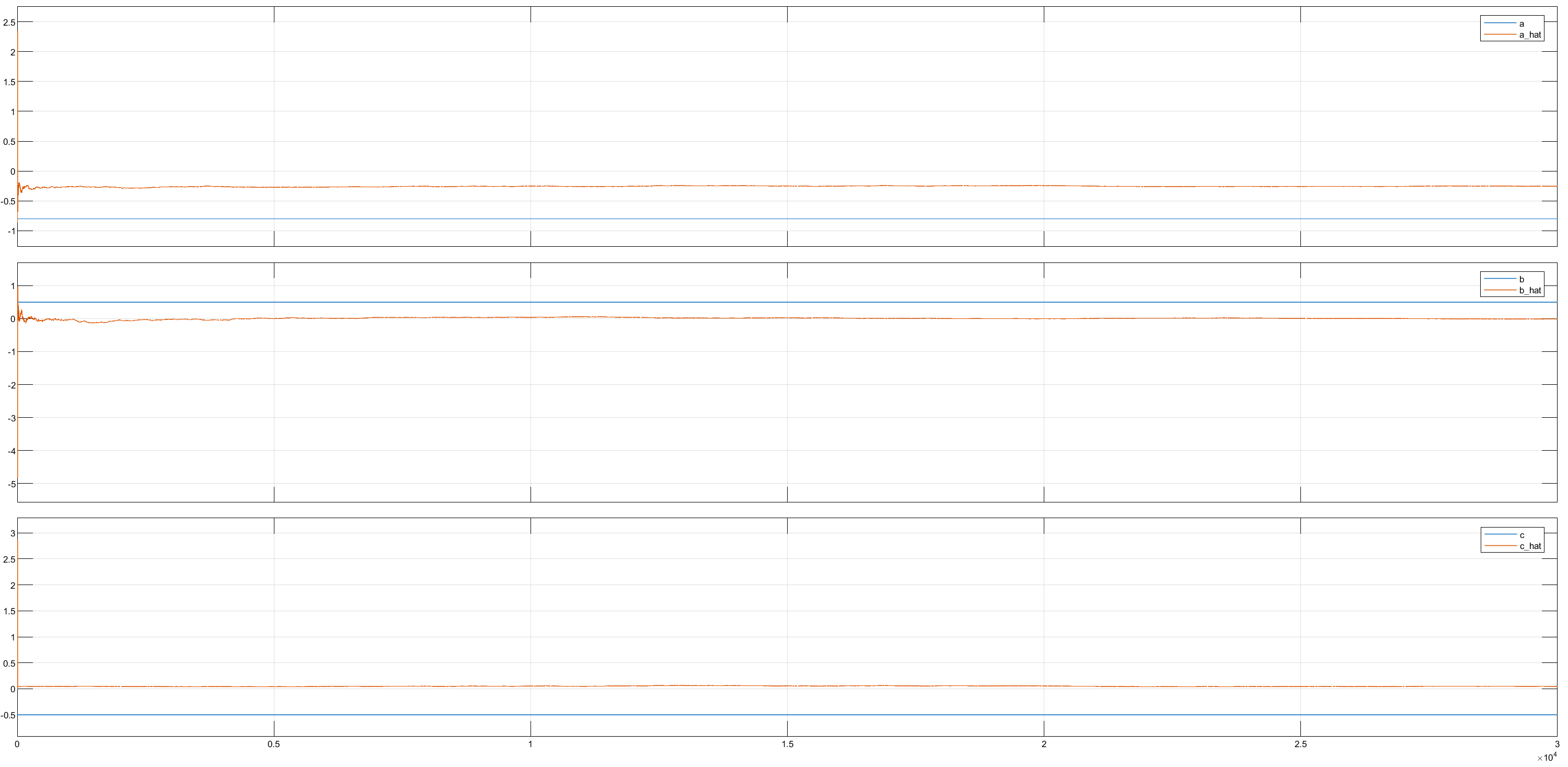
****

**RLS with feedback 0.32 and unit delay**

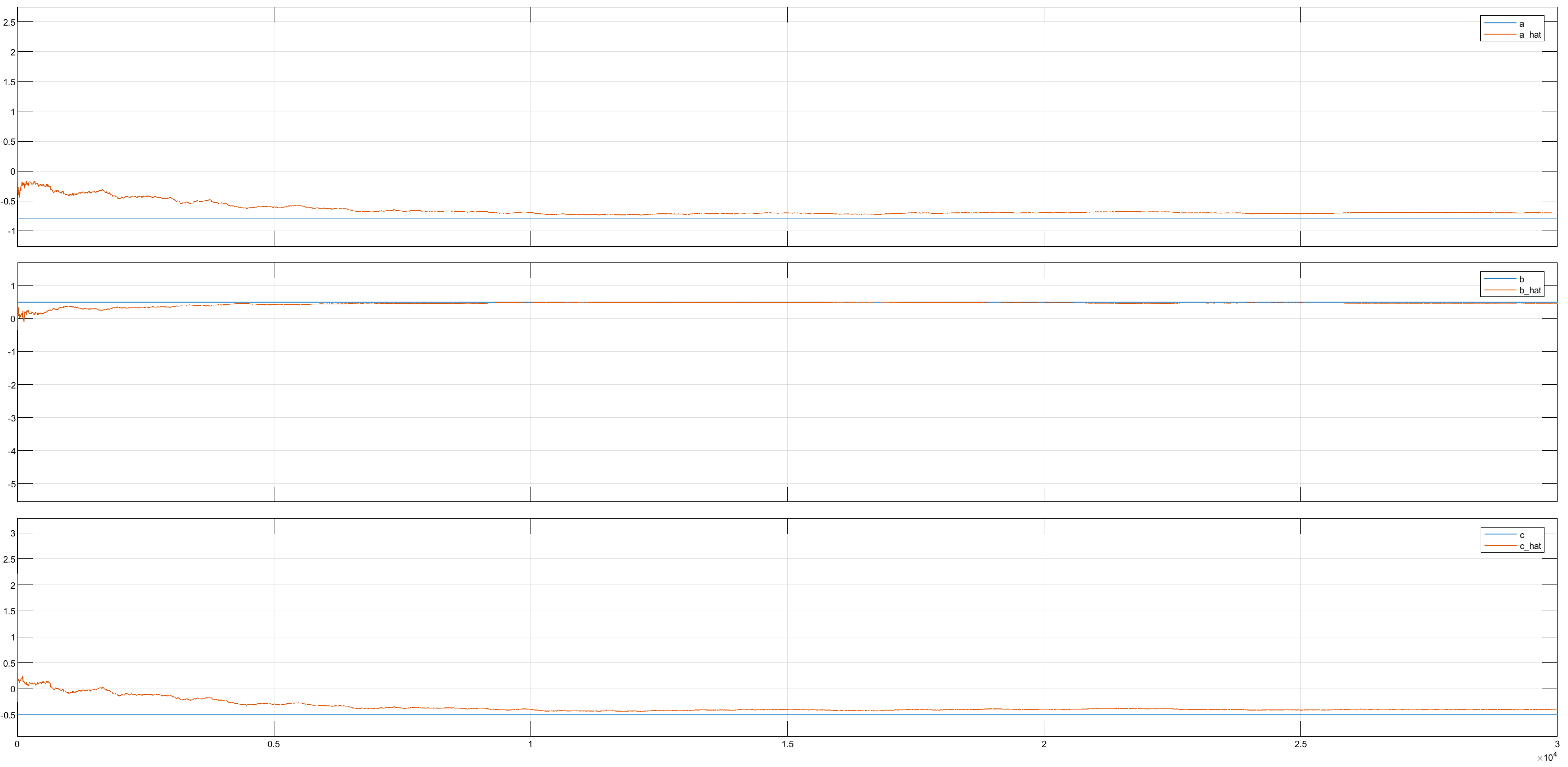
**ELS:**

|  |  |
| --- | --- |
|  | **(b.ii.3)** |
|  |  |

Denklem b.i.3’te görüldüğü üzere, RLS yöntemi için elde edilen regresyon vektörünün elemanları farklı örnekleme zamanlarındaki çıkış sinyaline bağlı olduğundan regresyonun derecesi düşmez ve parametreler istendiği gibi yakınsanabilir.

****

**ELS with 0.32 feedback and unit delay**

****

**ELS with 0.5 feedback and unit delay**

A ve b parametreleri linearly-independent yapmak lazım. 2 seçenek var. Birden fazla delay eklemek veya farklı sinyal türlerini giriş sinyalinin üzerine eklemek ve sinyali linearly-independent hale getirmek.

YA DA

-0.32 ELS’de olmuyor çünkü kritik sönümlü bir sisteme denk geldiği için, a, b ve c parametreleri aynı anda yakınsanamıyor. Kritik sönümlü sistem, kontrol inputunun zayıf olduğu anlamına geliyor. -0.2 veya -0.5 gibi feedback kazancı seçilirse parametreler istendiği gibi yakınsanabilir hale geliyor.

**Referanslar**

* K. J. Astrom (Karl Johan, ), Bjorn Wittenmark, Adaptive control, 2ed, 2008.
* Yalçın, Y. (2025) *Uyarlamalı Kontrol Sistemleri [Ders Notları]*, İstanbul Teknik Üniversitesi, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Yüksek Lisans Programı.